

## MTH2302D

### Quelques exercices de fiabilité et de files d'attente

---

**Exercice n° 1** On veut étudier la durée de vie  $T$  des ampoules électriques d'un certain fabricant. On suppose que  $T$  est une variable distribuée selon une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$  inconnu. On décide de faire fonctionner  $n$  ampoules du fabricant indépendamment les unes des autres et on note  $T_1, T_2, \dots, T_n$  leurs durées de fonctionnement respectives.

1. En utilisant la méthode des moments, trouver l'estimateur  $\hat{\lambda}_1$  de  $\lambda$  à partir des  $n$  observations  $T_1, \dots, T_n$ .
2. On note  $T_{\min}$  la variable aléatoire définie par  $T_{\min} = \min_{1 \leq i \leq n} T_i$ .
  - 2.a) Trouver la distribution de  $T_{\min}$ . (*Suggestion : calculer d'abord  $P(T_{\min} > t)$* )
  - 2.b) Calculer l'espérance et la variance de  $T_{\min}$ .
  - 2.c) Dédurre du calcul précédent un nouvel estimateur  $\hat{\lambda}_2$  de  $\lambda$  en fonction de  $T_{\min}$  par la méthode des moments.

**Exercice n° 2** Cette question est constituée de deux parties a) et b) indépendantes l'une de l'autre.

- a) Des clients se présentent à un guichet automatique en formant une file d'attente  $M/M/1$  avec  $\lambda = 27$  clients par heure. On estime que 90% des clients sont présents plus de 3 minutes au total pour l'attente et le service. Déterminer le nombre moyen de clients dans le système à l'équilibre,  $\bar{N}$ .
- b) Un système en parallèle est constitué de trois composants dont les durées de vie respectives sont modélisées par les variables aléatoires indépendantes  $T_1 \sim \text{Exp}(2)$ ,  $T_2 \sim \text{Exp}(5)$  et  $T_3 \sim \text{Exp}(8)$ . On suppose que ces composants sont utilisés en redondance active.  
Déterminer la durée de vie moyenne du système.

**Exercice n° 3** Une boulangerie ne possède qu'une seule caisse et ne peut accueillir plus de 4 clients à la fois. On considère un système  $M/M/1/4$  pour modéliser la file de cet établissement. Les clients arrivent en moyenne au rythme de 2 par minute, et sont servis au rythme de 1 par minute.

À l'équilibre :

- a) Quel est le nombre moyen de clients dans la boulangerie ?
- b) Quel est le nombre moyen de clients en train d'attendre ?
- c) Quelle est la probabilité de voir des clients attendre en dehors de la boulangerie ?