Confection de calendriers de matchs pour le sport universitaire et collégial au Québec

Alain Hertz — alain.hertz@gerad.ca
Rina Razanakoto — rina.razanakoto@gerad.ca

Département de mathématiques et de génie industriel
École Polytechnique de Montréal
C.P. 6079, succ. Centre-ville
Montréal, Québec H3C 3A7, Canada
et
GERAD
3000, chemin de la Côte-Sainte-Catherine
Montréal, Québec H3T 2A7, Canada

Janvier 2010

Résumé

La confection de calendriers sportifs dans le milieu scolaire québécois est une tâche complexe à laquelle la Fédération Québécoise du Sport Étudiant (FQSE) doit faire face chaque année, que ce soit au niveau collégial ou universitaire. Pour les aider dans cette tâche, nous avons développé un modèle de programmation linéaire en nombres entiers permettant de formuler toutes les contraintes et objectifs liés à cette confection de calendriers. Le modèle a été testé avec succès pour la planification des matchs de football collégial de 2008 et universitaire de 2009.

Mots-clés : Calendriers sportifs ; programmation linéaire en nombres entiers.

1 Introduction

La Fédération Québécoise du Sport Étudiant (FQSE) est un organisme à but non lucratif dont la mission est de favoriser les actions éducatives dans le domaine de l'activité physique et sportive.

Le secteur universitaire de la FQSE regroupe onze institutions universitaires québécoises. Leurs représentants participent aux quatorze championnats universitaires de la province et les meilleurs d'entre eux ont accès aux championnats universitaires canadiens disputés dans onze disciplines. Ces activités sont réalisées avec l'appui des différentes institutions qui soutiennent les ligues universitaires québécoises.

Le secteur collégial de la FQSE regroupe 64 collèges québécois. Leurs étudiants participent aux compétitions menant aux dix-sept championnats collégiaux québécois, rassemblant 99 équipes et 1615 participants, et aux championnats collégiaux canadiens dans six disciplines. Le secteur collégial compte sept ligues de niveau AAA dans quatre disciplines. Ces activités sont réalisées avec l'appui des quatre centres de services régionaux du sport collégial.

Le Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport (MELS) du Canada reconnaît la FQSE en tant qu'organisme jouant un rôle de représentation et de concertation de tout le réseau du sport en milieu éducatif québécois, et ce, de l'école primaire à l'université. Conformément au cadre d'intervention gouvernementale en matière de loisir et de sport, la FQSE est subventionnée pour l'organisation des championnats provinciaux scolaires, collégiaux et universitaires dans toutes les disciplines concernées, et la coordination des ligues des différents réseaux.

La confection des calendriers sportifs universitaires et collégiaux est donc une tâche difficile qui, au Québec, incombe à la FQSE. La FQSE nous a contactés pour obtenir de l'aide dans la réalisation de cette tâche, ce qui nous a amené à développer un modèle de programmation linéaire en nombres entiers capable de prendre en compte les contraintes et les objectifs liés à cette confection de calendriers. La Section 2 offre une brève revue de la littérature des problèmes de confection de calendriers sportifs. Nous décrivons ensuite dans la Section 3 le modèle mathématique que nous avons développé. Nous avons validé notre modèle en planifiant les rencontres de football collégial de la ligue AAA pour l'année 2008 ainsi que les rencontres de football universitaire pour l'année 2009. Ces expériences numériques sont décrites dans la Section 4. Nous montrons dans la Section 5 comment il est possible d'étendre le modèle proposé de telle sorte que les kilomètres parcourus par les équipes lors des déplacements soient pris en compte.

2 Revue de la littérature

Lorsque plusieurs équipes s'affrontent dans le cadre d'un tournoi sportif étalé sur plusieurs mois, il faut tenir compte des déplacements nécessaires pour aller rencontrer les équipes adverses. Chaque équipe désire généralement rentrer régulièrement à son domicile pour éviter de trop longs séjours à l'étranger. Aussi, lorsque les équipes sont très éloignées les unes des autres, il est souhaitable d'optimiser les déplacements pour que le nombre total de kilomètres parcourus par chaque équipe ne soit pas trop grand. Easton et al. [6] ont été les premiers à formuler ce problème en termes mathématiques. Ils ont décrit ce qu'on appelle aujourd'hui le *traveling tournament problem* (TTP) qui pourrait se traduire en français par le *problème de tournoi avec déplacements*. Ils supposent qu'un nombre pair n d'équipes doivent s'affronter, chaque équipe devant jouer deux fois contre chaque autre équipe, une fois à domicile et une fois à l'extérieur, pour un total de $2(n-1)$ matchs. Le nombre de matchs consécutifs à domicile ou à l'extérieur est en général borné supérieurement et en cherche à construire un calendrier qui minimise la distance totale que les équipes doivent parcourir pour prendre part à tous leurs matchs. En combinant le calcul de bornes inférieures avec la programmation par contraintes, Easton et al. [6] ont réussi à résoudre quelques problèmes comportant jusqu'à six, voire huit équipes.

Lee et al. [13] ont proposé un modèle de programmation linéaire en nombres entiers dont les variables décisionnelles ont quatre indices. Plus précisément ils définissent les variables $y_{i,j,k,t}$ qui prennent la valeur 1 si l'équipe i se déplace du domicile de l'équipe j au domicile de l'équipe k lors de la manche t du tournoi, et la valeur 0 autrement. Les mêmes auteurs décrivent une recherche tabou pour le TTP.

Henz [11] planifie les tournois sportifs en utilisant la programmation par contraintes alors que Rasmussen et Trick [16] ainsi que Easton et al. [7] et Trick [21] proposent des algorithmes qui combinent la programmation en nombres entiers et la programmation par contraintes.

Des auteurs comme de Werra [5] se sont intéressés à produire des calendriers qui minimisent le nombre de situations où une équipe joue deux fois consécutivement à domicile ou à l'extérieur. Des bornes sur la distance totale parcourue par les équipes sont dérivées par Urrutia et Ribeiro [22] en maximisant les manches consécutives que chaque équipe joue à son domicile ou à l'extérieur.

Des métaheuristiques ont été proposées pour résoudre le TTP avec un grand nombre d'équipes. Certains préfèrent les techniques standard tel que le recuit simulé [1, 14], la recherche taboue [13, 9, 19] ou GRASP [17]. D'autres proposent des algorithmes moins conventionnels tel que la combinaison d'une heuristique constructive avec un algorithme d'optimisation par colonies de fourmis [4] ou la construction pour chaque équipe d'arbres couvrants [2] dont les sommets représentent des séries de matchs consécutifs joués à l'extérieur.

Tous ces algorithmes tentent de résoudre le TTP standard, sans contrainte additionnelle, à l'exception de l'article de Rasmussen et Trick [16] qui considère la possibilité d'imposer que certaines équipes jouent à domicile ou à l'extérieur à certaines dates précises.

De nombreux algorithmes ont également été proposés pour résoudre des problèmes spécifiques à un sport et à un pays. Ainsi par exemple, James et John [12] ont proposé un modèle de programmation en nombres entiers qui tente de minimiser la distance totale parcourue en tenant compte de la fatigue des joueurs de la ligue nationale américaine de basketball (NBA). Pour ce qui est de la ligue nationale de hockey (NHL), Ferland et Fleurent [8] ont décrit un modèle de programmation en nombres entiers et Costa [3] a développé un algorithme tabou. Schreuder [20] a construit les calendriers de la ligue professionnelle hollandaise de football alors que Russel et Leung [18] ont produit les calendriers sportifs pour la ligue texane de baseball et Nemhauser et Trick [15] ont produit les calendriers pour le basketball masculin de la conférence de la côte Atlantique. Toutes ces applications particulières tiennent compte des nombreuses requêtes propres aux ligues concernées.

Comme nous le verrons dans la section suivante, les contraintes rencontrées dans le contexte québécois font que les algorithmes spécialisés mentionnés ci-dessus sont difficilement applicables à notre problème sans ajustement important. Nous avons décidé de développer un outil d'optimisation répondant exactement aux besoins de la FQSE. Comme les ligues sportives du sport étudiant au Québec ne comportent qu'un petit nombre d'équipes en comparaison avec les ligues nationales telles que la NBA ou la NHL, nous avons privilégié une résolution exacte à l'usage de métaheuristiques, ce qui nous a amenés à opter pour un programme linéaire en nombres entiers. En développant notre modèle mathématique, nous nous sommes constamment assurés de conserver une grande flexibilité afin de pouvoir prendre en compte toutes les contraintes rencontrées au Québec, tout sport confondu, que ce soit pour le sport universitaire ou collégial. Le modèle que nous avons choisi est présenté dans la prochaine section.

3 Modélisation

Contrairement au TTP standard, il arrive souvent au Québec que certaines paires d'équipes ne se rencontrent qu'une fois dans le cadre d'un tournoi. Un historique des matchs joués les années précédentes peut imposer le lieu de tels matchs. Ainsi, par exemple, si l'équipe A a joué à son domicile contre l'équipe B, il se peut qu'on impose que le match opposant les deux équipes l'année suivante se joue au domicile de l'équipe B. La situation standard où deux équipes A et B se rencontrent deux fois dans le cadre du tournoi peut également se présenter et on désire alors imposer que ces deux matchs aient lieu l'un au domicile de A et l'autre au domicile de B. Aussi, il est fréquent dans les tournois scolaires québécois que certaines équipes ne jouent pas à certaines dates, par exemple parce que le nombre d'équipes est impair. Nous présentons dans cette section l'ensemble des contraintes que la FQSE rencontre régulièrement dans la confection de calendriers sportifs. En parallèle, nous montrons comment modéliser ces contraintes à l'aide d'un modèle de programmation linéaire en nombres entiers.

3.1 Variables et contraintes

Nous considérons qu'un ensemble I de rencontres sportives doit être planifié sur un ensemble J de dates possibles. Chaque élément de J peut correspondre soit à une semaine ou à un jour particulier. Notons K l'ensemble des équipes impliquées dans le calendrier. Chaque rencontre $i \in I$ est définie par une paire ordonnée (k_1, k_2) d'équipes de K. Le modèle mathématique considère les variables booléennes x_i pour chaque match $i \in I$ impliquant les deux équipes (k_1, k_2) :

$$x_i = \begin{cases} 1 & \text{si le match } i \text{ a lieu au domicile de } k_1, \\ 0 & \text{si le match } i \text{ a lieu au domicile de } k_2. \end{cases}$$

Nous définissons ensuite les variables booléennes y_{ij} pour chaque match $i \in I$ et chaque date $j \in J$:

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si le match } i \text{ est joué à la date } j, \\ 0 & \text{si le match } i \text{ n'est pas joué à la date } j. \end{cases}$$

Le but du modèle mathématique que nous présentons dans cette section est de déterminer pour chaque match $i \in I$:

– l'endroit où il se joue (c'est-à-dire la valeur de la variables x_i),
– la date à laquelle il se joue (c'est-à-dire la valeur des variables y_{ij}).

De ces informations, on peut facilement déduire les équipes qui jouent à domicile, à l'extérieur ou qui ne jouent pas à une date quelconque du calendrier. Pour faciliter l'écriture des contraintes qui vont suivre, nous définissons trois autres ensembles de variables booléennes qui donnent explicitement ces informations. Plus précisément, pour chaque équipe $k \in K$ et chaque date $j \in J$, nous définissons :

$$u_{kj} = \begin{cases} 1 & \text{si l'équipe } k \text{ joue à son domicile à la date } j, \\ 0 & \text{si l'équipe } k \text{ joue à l'extérieur ou ne joue pas à la date } j, \end{cases}$$

$$v_{kj} = \begin{cases} 1 & \text{si l'équipe } k \text{ joue à l'extérieur à la date } j, \\ 0 & \text{si l'équipe } k \text{ joue à son domicile ou ne joue pas à la date } j, \end{cases}$$

$$w_{kj} = \begin{cases} 1 & \text{si l'équipe } k \text{ ne joue pas à la date } j, \\ 0 & \text{si l'équipe } k \text{ joue (à son domicile ou à l'extérieur) à la date } j. \end{cases}$$

Ces nouvelles variables sont liées entre elles par des contraintes qui rendent certaines assignations de valeurs invalides. Ainsi, par exemple, à chaque date $j \in J$ du calendrier, chaque équipe $k \in K$ joue soit à son domicile, soit à l'extérieur, ou alors elle ne joue pas à cette date. Ceci se traduit par la contrainte suivante :

$$u_{kj} + v_{kj} + w_{kj} = 1 \qquad \forall k \in K \quad \forall j \in J. \tag{1}$$

Comme tous les matchs doivent être planifiés, il doit exister exactement une date $j \in J$ pour chaque rencontre $i \in I$ tel que $y_{ij} = 1$, ce qui se traduit par la contrainte suivante :

$$\sum_{j \in J} y_{ij} = 1 \qquad \forall i \in I. \tag{2}$$

Si le match $i \in I$ qui implique la paire ordonnée (k_1, k_2) d'équipes se joue au domicile de k_1 à la date $j \in J$, alors on a $x_i = 1$, $y_{ij} = 1$, $u_{k_1 j} = 1$ et $v_{k_2 j} = 1$. De même, si ce match i se joue au domicile de k_2, on a $x_i = 0$, $y_{ij} = 1$, $u_{k_2 j} = 1$ et $v_{k_1 j} = 1$. Ceci peut s'écrire à l'aide des quatre contraintes suivantes :

$$x_i + y_{ij} - u_{k_1 j} \leq 1 \qquad \forall i \in I \quad \forall j \in J, \tag{3}$$

$$x_i + y_{ij} - v_{k_2 j} \leq 1 \qquad \forall i \in I \quad \forall j \in J, \tag{4}$$

$$-x_i + y_{ij} - u_{k_2 j} \leq 0 \qquad \forall i \in I \quad \forall j \in J, \tag{5}$$

$$-x_i + y_{ij} - v_{k_1 j} \leq 0 \qquad \forall i \in I \quad \forall j \in J. \tag{6}$$

Remarquons que si le match $i = (k_1, k_2)$ ne se joue pas à la date j, alors $y_{ij} = 0$, ce qui signifie que les quatre contraintes ci-dessus sont automatiquement vérifiées.

Il faut aussi imposer que chaque équipe $k \in K$ joue au plus un match à chaque date $j \in J$. En notant I_k l'ensemble des matchs impliquant l'équipe k, on impose donc que pour tout $i \in I_k$ et à chaque date $j \in J$ il y ait au plus une variable y_{ij} valant 1. En fait, il existe exactement une telle variable si k joue à la date j (c'est-à-dire si $w_{kj} = 0$) et il n'en existe pas sinon. Ceci se traduit par la contrainte suivante :

$$\sum_{i \in I_k} y_{ij} = 1 - w_{kj} \qquad \forall j \in J \quad \forall k \in K. \tag{7}$$

Les contraintes définies ci-dessus sont communes à tout problème de confection de calendriers sportifs. Celles qui vont suivre dépendent de l'application traitée.

La FQSE a demandé à pouvoir imposer qu'un match $i = (k_1, k_2)$ se joue au domicile de k_1 ou à celui de k_2. Dans le premier cas on peut imposer

$$x_i = 1, \tag{8}$$

alors que dans le deuxième cas on aura

$$x_i = 0. \tag{9}$$

Il est assez standard dans tout TTP de fixer une borne A sur le nombre maximum de matchs consécutifs qu'une équipe $k \in K$ peut jouer à l'extérieur. Pour chaque date $j \in J$ on a donc la contrainte que chaque équipe k ne joue pas à l'extérieur durant au moins l'un des jours, j, $j+1$, ..., $j+A$, ce qui est équivalent à écrire l'équation suivante :

$$\sum_{l=0}^{A} v_{k(j+l)} \leq A \qquad \forall j \in J \quad \forall k \in K. \tag{10}$$

De la même manière, pour limiter à B le nombre de matchs consécutifs d'une équipe k à domicile, on impose la contrainte suivante pour toute date $j \in J$:

$$\sum_{l=0}^{B} u_{k(j+l)} \leq B \qquad \forall j \in J \quad \forall k \in K. \tag{11}$$

La FQSE doit régulièrement imposer que chaque équipe joue à son domicile au moins une fois au cours des deux premières manches de la saison. De manière plus générale, la FQSE désire pouvoir imposer que chaque équipe $k \in K$ joue un nombre minimum D de matchs à domicile et un nombre minimum E de matchs à l'extérieur sur un sous-ensemble de dates $J' \subseteq J$. Ceci peut s'écrire comme suit :

$$D \leq \sum_{j \in J'} u_{kj} \qquad \forall k \in K, \tag{12}$$

$$E \leq \sum_{j \in J'} v_{kj} \qquad \forall k \in K. \tag{13}$$

Ainsi, par exemple, si un tournoi se déroule sur huit semaines et si chaque équipe joue huit matchs, on peut imposer que chaque équipe joue exactement deux matchs à domicile dans chaque demi-saison en fixant $D = E = 2$ et $J' = \{1, 2, 3, 4\}$ dans les deux contraintes ci-dessus.

Pour éviter de trop longues séquences de dates consécutives sans match pour une même équipe, la FQSE souhaite pourvoir imposer que chaque équipe $k \in K$ joue au moins $F - 1$ fois sur un ensemble de F dates consécutives. Cette contrainte s'écrit comme suit :

$$\sum_{d=0}^{F-1} w_{k(j+d)} \leq 1 \qquad \forall j \in J \quad \forall k \in K. \tag{14}$$

Ainsi, par exemple, en posant $F = 2$, on s'assure qu'aucune équipe n'ait deux dates consécutives sans match.

Il arrive souvent que deux matchs i et i' de I impliquent les deux mêmes équipes k_1 et k_2. Dans le cas du TTP, il existe un tel match i' pour tout match $i \in I$. On souhaite alors généralement espacer i et i' d'au moins G manches. On impose donc la contrainte suivante pour tout $i = (k_1, k_2)$ et $i' = (k_3, k_4)$ avec $\{k_1, k_2\} = \{k_3, k_4\}$:

$$\sum_{d=0}^{G-1} (y_{i(j+d)} + y_{i'(j+d)}) \leq 1 \qquad \forall j \in J. \tag{15}$$

Pour des raisons de non-disponibilité des terrains de sport, on peut vouloir imposer qu'une équipe joue à l'extérieur ou ne joue pas à une certaine date. Aussi, lors d'événements particuliers, on peut vouloir imposer qu'une équipe joue à son domicile. Il peut également exister des dates auxquelles une équipe ne peut pas voyager. Notons

– $J_d(k)$ l'ensemble des dates durant lesquelles on souhaite que l'équipe k joue à son domicile,

- $\hat{J}_d(k)$ l'ensemble des dates durant lesquelles on ne souhaite pas que l'équipe k joue à son domicile,
- $J_e(k)$ l'ensemble des dates durant lesquelles on souhaite que l'équipe k joue à l'extérieur,
- $\hat{J}_e(k)$ l'ensemble des dates durant lesquelles on ne souhaite pas que l'équipe k joue à l'extérieur.

On a les quatre contraintes suivantes :

$$\sum_{j \in J_d(k)} u_{kj} = |J_d(k)| \qquad \forall k \in K, \tag{16}$$

$$\sum_{j \in \hat{J}_d(k)} u_{kj} = 0 \qquad \forall k \in K, \tag{17}$$

$$\sum_{j \in J_e(k)} v_{kj} = |J_e(k)| \qquad \forall k \in K, \tag{18}$$

$$\sum_{j \in \hat{J}_e(k)} v_{kj} = 0 \qquad \forall k \in K. \tag{19}$$

La FQSE a également formulé le souhait de pouvoir imposer qu'une équipe soit au repos à certaines dates, c'est-à-dire qu'elle ne joue ni à son domicile, ni à l'extérieur à ces dates. Aussi, on doit pouvoir imposer qu'une équipe ne soit pas au repos à certaines dates. Notons $J_b(k)$ l'ensemble des dates durant lesquelles on veut imposer que l'équipe k ne joue aucun match et $\hat{J}_b(k)$ l'ensemble des dates durant lesquelles l'équipe k doit absolument jouer des matchs, que ce soit à domicile ou à l'extérieur. On a les deux contraintes suivantes :

$$\sum_{j \in J_b(k)} w_{kj} = |J_b(k)| \qquad \forall k \in K, \tag{20}$$

$$\sum_{j \in \hat{J}_b(k)} w_{kj} = 0 \qquad \forall k \in K. \tag{21}$$

À certaines dates $j \in J$, il arrive également fréquemment que la FQSE doive imposer qu'une équipe k joue à son domicile l'un des matchs d'un sous-ensemble $I' \subset I$ (chaque match $i \in I'$ impliquant bien entendu l'équipe

k). Par exemple, en raison de la couverture médiatique de certains matchs, il peut arriver qu'une chaîne télévisée désire retransmettre le match du jour impliquant l'équipe k à une date donnée $j \in J$. On désire alors que l'équipe k joue à son domicile à cette date j et que le match retransmis soit du plus grand intérêt pour les téléspectateurs, d'où la restriction au sous-ensemble I' qui représente dans ce cas l'ensemble des matchs les plus palpitants impliquant l'équipe k. En plus de la contrainte $u_{kj} = 1$ (qui est de type (16)), on impose donc également la contrainte suivante :

$$\sum_{i \in I'} y_{ij} = 1. \tag{22}$$

Finalement, il peut arriver que plusieurs équipes jouent dans la même ville. C'est le cas par exemple pour la ville de Montréal qui a en général plus d'une équipe pour un même sport puisqu'il existe de nombreuses universités et de nombreux collèges dans la ville. Soit donc $K' \subset K$ un sous-ensemble d'équipes jouant toutes dans la même ville. On impose qu'au plus H équipes de K' jouent à domicile à chaque date du calendrier. On a donc la contrainte suivante :

$$\sum_{k \in K'} u_{kj} \leq H \qquad \forall j \in J. \tag{23}$$

3.2 Fonction à minimiser

Toutes les contraintes définies ci-dessus sont de la forme $A \leq B$ ou $A = B$. Les contraintes de type (1) à (7) sont des contraintes dures parce que si elles sont violées, le calendrier serait inutilisable en pratique. Les autres contraintes sont classées soit comme contraintes *dures* qui doivent absolument être satisfaites, soit comme contraintes *molles* qu'on souhaite satisfaire dans la mesure du possible.

Le modèle mathématique que nous avons mis en place ne considère que des contraintes de type $A \leq B$. Toute contrainte de la forme $A = B$ est remplacée par les deux contraintes $A \leq B$ et $B \leq A$. Notons C_1, C_2, ..., C_m l'ensemble des contraintes molles. Pour autoriser la violation d'une contrainte C_r de type $A \leq B$, nous remplaçons celle-ci par $A - p_r \leq B$, où p_r est une nouvelle variable à valeurs positives qui correspond à une pénalité en cas de violation de la contrainte C_r.

L'objectif du modèle mathématique est alors de minimiser la valeur suivante :

$$\sum_{r=1}^{m} \omega_r p_r. \tag{24}$$

où ω_r est l'importance que le planificateur donne au respect de la contrainte molle C_r. Une grande valeur de ω_r signifie qu'on préférerait satisfaire cette contrainte et en violer d'autres jugées moins importantes.

3.3 Génération de toutes les solutions optimales

Un calendrier des matchs est totalement défini par la valeur des variables x_i et y_{ij}. En effet, en connaissant pour tout $i \in I$ si $x_i = 0$ ou 1, on sait dans quel lieu chaque match se joue, et une valeur de 1 donnée à une variable y_{ij} nous indique que le match i a lieu à la date j. Pour générer tous les calendriers optimaux, nous nous y prenons comme suit. Nous générons tout d'abord un premier horaire optimal, noté S_1, en considérant toutes les contraintes décrites dans les sections précédentes. Notons

- $I_1(S_1)$ l'ensemble des matchs $i = (k_1, k_2)$ qui se jouent au domicile de k_1 dans la solution S_1,
- $I_2(S_1)$ l'ensemble des matchs $i = (k_1, k_2)$ qui se jouent au domicile de k_2 dans la solution S_1,
- $j_i(S_1)$ la date à laquelle le match i a lieu dans la solution S_1,
- V la valeur de la fonction objective (24) définie à la section précédente, lorsque calculée pour la solution S_1.

Dans la solution S_1 du programme mathématique défini plus haut, nous avons donc $x_i = 1$ si $i \in I_1(S_1)$, $x_i = 0$ si $i \in I_2(S_1)$, $y_{ij} = 1$ si $j = j_i(S_1)$ et $y_{ij} = 0$ sinon. Nous ajoutons les deux contraintes suivantes :

$$\sum_{i \in I_1(S_1)} x_i + \sum_{i \in I_2(S_1)} (1 - x_i) + \sum_{i \in I} y_{ij_i(S_1)} \leq 2|I| - 1, \tag{25}$$

$$\sum_{r=1}^{m} \omega_r p_r = V. \tag{26}$$

La contrainte (25) indique que nous désirons obtenir une solution différente de S_1. En effet, comme $I_1(S_1)$ et $I_2(S_1)$ sont des ensembles disjoints de matchs, la somme des deux premiers termes de cette inéquation vaut au maximum $|I|$. Le troisième terme de cette inéquation vaut également au plus $|I|$ puisqu'on somme $|I|$ variables valant chacune 0 ou 1. En résumé, le terme de gauche de l'inéquation (25) vaut au plus $2|I|$. En imposant d'obtenir une solution pour laquelle cette somme vaille au plus $2|I| - 1$, nous imposons que l'une au moins des situations suivantes soit rencontrée :

- $x_i = 0$ pour un match $i \in I_1(S_1)$, ce qui signifie que i se joue au domicile de k_2 alors qu'il se jouait au domicile de k_1 dans S_1

- $x_i = 1$ pour un match $i \in I_2(S_1)$, ce qui signifie que i se joue au domicile de k_1 alors qu'il se jouait au domicile de k_2 dans S_1
- $y_{ij_i(S_1)} = 0$ pour un match $i \in I$, ce qui signifie que i ne se joue pas à la date $j_i(S_1)$ alors qu'il se jouait à cette date dans S_1.

En résumé, pour que la contrainte (25) soit satisfaite, il faut que la nouvelle solution trouvée soit différente de S_1. De plus, comme nous ne nous intéressons qu'aux solutions optimales, nous imposons la contrainte (26) qui indique que nous voulons une solution aussi bonne que S_1.

Si nous réussissons à déterminer une telle solution respectant toutes les contraintes, y compris les contraintes (25) et (26), notons S_2 une telle solution. Nous ajoutons alors deux nouvelles contraintes identiques à (25) et (26) si ce n'est que $I_1(S_1), I_2(S_1)$ et $j_i(S_1)$ sont remplacés par $I_1(S_2), I_2(S_2)$ et $j_i(S_2)$. Nous continuons ainsi de suite jusqu'à ce que le modèle mathématique n'ait plus de solution respectant toutes les contraintes, ce qui signifie que nous aurons déterminé toutes les solutions de valeur optimale V.

4 Validation du modèle

Afin de valider le modèle que nous avons développé, nous l'avons intégré dans un logiciel convivial que nous avons remis à la FQSE. La résolution du programme linéaire en nombres entiers se fait grâce à la librairie GLPK (GNU Linear Programming Kit) qui est en libre accès [10]. Nous avons testé le logiciel sur deux cas réels que la FQSE avait à traiter en 2008 et 2009. Nous décrivons ci-dessous ces expériences numériques.

4.1 Calendrier 2009 pour le football universitaire

Nous avons tout d'abord testé notre modèle en planifiant les rencontres de football universitaire pour l'année 2009. Ce tournoi comporte 10 équipes, 6 au Québec et 4 dans la région Atlantique. Le nom et le pseudonyme de ces équipes sont indiqués dans le Tableau 1.

Le tournoi comporte les 28 matchs indiqués dans le Tableau 2. En se basant sur l'historique des matchs des années précédentes, la FQSE a imposé le lieu de chacun de ces matchs : il s'agit toujours de l'équipe k_1 du couple (k_1, k_2).

Le calendrier comporte huit semaines pendant lesquelles les matchs peuvent avoir lieu. Les huit matchs contre les équipes de la région Atlantique (les matchs 8,14,15,20,23,24,27,28) doivent impérativement être joués les semaines 4 et 7, la raison étant que le calendrier des matchs n'impliquant

Région Québec			Région Atlantique		
Étiquette	Nom	Pseudo	Étiquette	Nom	Pseudo
1	Bishop's	BSH	7	Saint Francis Xavier	SFX
2	Concordia	CON	8	Acadie	ACA
3	Laval	LAV	9	Mount Allison	MTA
4	McGill	MCG	10	Saint Mary's	SMU
5	Montréal	MTL			
6	Sherbrooke	SHE			

Tab. 1 – Équipes du tournoi de football universitaire 2009.

1 (CON,BSH)	8 (BSH,SFX)	15 (CON,ACA)	22 (SHE,MCG)
2 (LAV,BSH)	9 (CON,LAV)	16 (LAV,MCG)	23 (MCG,MTA)
3 (MCG,BSH)	10 (MCG,CON)	17 (MTL,LAV)	24 (SMU,MCG)
4 (MTL,BSH)	11 (MTL,CON)	18 (LAV,SHE)	25 (SHE,MTL)
5 (BSH,SHE)	12 (SHE,CON)	19 (LAV,MTL)	26 (MTL,SHE)
6 (BSH,MCG)	13 (CON,SHE)	20 (MTA,LAV)	27 (ACA,MTL)
7 (BSH,LAV)	14 (SFX,CON)	21 (MCG,MTL)	28 (SHE,SMU)

Tab. 2 – Liste des 28 matchs du tournoi de football universitaire 2009.

que les équipes de la région Atlantique est créé indépendamment par la fédération locale, une coordination entre les deux régions n'étant nécessaire que pour ces huit matchs inter-régions. Durant chacune des semaines 4 et 7, on veut donc que quatre équipes de la région du Québec jouent contre les quatre équipes de la région Atlantique, et les deux autres équipes québécoises qui ne sont pas impliquées dans un match inter-régions cette semaine-là doivent impérativement s'affronter pour qu'aucune équipe ne soit au repos. Sur les 20 matchs qui opposent des équipes québécoises, 2 doivent donc avoir lieu les semaines 4 et 7. Les 18 autres matchs doivent être planifiés durant les semaines 1,2,3,5,6 et8, à raison de trois par semaine.

En plus des contraintes dures (1) à (7) qui sont imposées d'office pour que les calendriers produits soient réalisables, nous avons dû imposer les contraintes suivantes :

- Chacun des 28 matchs (k_1, k_2) doit avoir lieu au domicile de k_1, ce qui donne 28 contraintes dures de type (8) imposant $x_i = 1$ pour tout $i = 1, \cdots, 28$.
- Aucune équipe ne peut jouer plus de 2 fois consécutivement à son domicile ou à l'extérieur. Il s'agit de contraintes dures de type (10) et

(11) avec $A = B = 2$;

- Chaque équipe doit ouvrir sa saison locale au plus tard la deuxième semaine du calendrier. On a donc la contrainte dure de type (12) avec $J' = \{1, 2\}$ et $D = 1$;
- Les parties contre les équipes de l'Atlantique doivent être placées aux semaines 4 et 7 du calendrier. Il s'agit de contraintes dures de type (20) avec $k \in \{7,8,9,10\}$ et $J_b(k) = \{1, 2, 3, 5, 6, 8\}$;
- Pour éviter que deux équipes jouent l'une contre l'autre deux semaines de suite, nous avons imposé une contrainte molle de type (15) avec $G = 2$ pour les paires (3,6), (12,13), (17,19) et (25,26) de matchs. La pénalité associée à la violation de ces contrainte a été fixée à 75 ;
- Pour des raisons médiatiques, la FQSE a demandé, dans la mesure du possible, à ce que les équipes BSH et SHE ne jouent pas à domicile à la même date. C'est une contrainte molle de type (23) pour chaque date $j = 1, \cdots, 8$, avec $K' = \{1,6\}$ et $H = 1$. De même, il faut éviter que plus de deux équipes parmi MTL, CON et MCG jouent à domicile à la même date, ce qui est une contrainte molle de type (23) pour chaque date $j = 1, \cdots, 8$, avec $K' = \{2,4,5\}$ et $H = 2$. La pénalité associée à la violation de ces contraintes a été fixée à 25 ;
- Dans la mesure du possible, il faut répartir au mieux les matchs à domicile et les matchs à l'extérieur de chaque équipe. Nous avons donc ajouté une contrainte molle de type (12) et une molle de type (13) pour chaque équipe, avec $J' = \{1, 2, 3, 4\}$ et $D = E = 2$. Ainsi, on souhaite que chaque équipe ait exactement deux matchs à domicile en chaque moitié de saison. Le poids de ce souhait a été fixé à 75 ;
- Si possible, la FQSE a également émis le souhait que
  . MTL joue à son domicile et SHE à l'extérieur en semaine 1,
  . SFX joue à son domicile en semaine 4,
  . BSH et SHE jouent à l'extérieur en semaine 5,
  . MCG joue à son domicile en semaine 6,
  . LAV joue à l'extérieur en semaine 8.

  Pour tenter de respecter ces souhaits, nous avons imposé des contraintes de type (16) avec les couples $(k, J_d(k)$ = (5,{1}), (7,{4}) et (4,{6}), et des contraintes de type (18) avec les couples $(k, J_e(k))$=(6,{1}), (1,{5}), (6,{5}) et (3,{8}). Ces contraintes sont toutes dures à l'exception de la contrainte qui impose un match à l'extérieur pour SHE en semaine 5 qui est molle avec une pénalité de 5 associée à sa violation. La raison de cette exception est que le respect de cette contrainte implique nécessairement une violation de la contrainte imposant que

Étiquette	Nom	Pseudo
1	Vanier	VAN
2	François-Xavier Garneau	FXG
3	Vieux Montréal	VXM
4	Beauce-Appalaches	BAP
5	Édouard-Montpetit	EDM
6	Champlain-Lennoxville	LEN
7	Montmorency	MOM

Tab. 3 – Équipes du tournoi de football collégial AAA 2008.

BSH et SHE ne doivent pas jamais jouer à domicile aux mêmes dates.

Après avoir introduit toutes ces contraintes, nous avons recherché toutes les solutions optimales. Il s'est avéré qu'il n'existe qu'une seule solution optimale, de pénalité totale 130. L'optimiseur de la librairie GLPK n'a mis qu'un peu plus d'une seconde pour produire ce calendrier optimal qui est décrit ci-dessous et prouver qu'il n'en existe pas d'autre :

Semaine 1 : BSH ← LAV, CON ← SHE, MTL ← MCG
Semaine 2 : MCG ← BSH, LAV ← CON, SHE ← MTL
Semaine 3 : BSH ← MCG, CON ← MTL, SHE ← LAV
Semaine 4 : SFX ← BSH, ACA ← CON, LAV ← MTA, MCG ← SMU, MTL ← SHE
Semaine 5 : SHE ← BSH, CON ← MCG, LAV ← MTL
Semaine 6 : BSH ← MTL, SHE ← CON, MCG ← LAV
Semaine 7 : LAV ← BSH, CON ← SFX, MTA ← MCG, MTL ← ACA, SMU ← SHE
Semaine 8 : BSH ← CON, MTL ← LAV, MCG ← SHE

Les contraintes violées sont les suivantes :
- les équipes BSH et MCG jouent l'une contre l'autre deux semaines consécutives (semaines 2 et 3), ce qui implique une pénalité de 75 ;
- les équipes BSH et SHE jouent toutes les deux à domicile les semaines 3 et 6, ce qui donne deux pénalités de 25 ;
- L'équpe SHE joue à domicile la semaine 5, ce qui provoque une pénalité de 5.

4.2 Calendrier 2008 pour le football collégial AAA

Nous avons également testé notre modèle en planifiant les rencontres de football collégial de la ligue AAA pour l'année 2008. Ce tournoi comporte sept équipes et 28 matchs qui sont indiqués dans les tableaux 3 et 4. Il se joue sur dix semaines.

1 (VAN,FXG)	8 (FXG,BAP)	15 (VXM,MOM)	22 (FXG,VAN)
2 (VAN,VXM)	9 (FXG,EDM)	16 (BAP,EDM)	23 (VXM,VAN)
3 (VAN,BAP)	10 (FXG,LEN)	17 (BAP,LEN)	24 (BAP,FXG)
4 (VAN,EDM)	11 (FXG,MOM)	18 (BAP,MOM)	25 (BAP,VXM)
5 (VAN,LEN)	12 (VXM,BAP)	19 (EDM,LEN)	26 (LEN,EDM)
6 (VAN,MOM)	13 (VXM,EDM)	20 (EDM,MOM)	27 (MOM,EDM)
7 (FXG,VXM)	14 (VXM,LEN)	21 (LEN,MOM)	28 (MOM,LEN)

TAB. 4 – Liste des 28 matchs du tournoi de football collégial AAA 2008.

En plus des contraintes dures de type (1) à (7), voici les contraintes que nous avons dû prendre en compte.

- Chaque équipe doit jouer exactement quatre matchs à domicile et quatre matchs à l'extérieur. Ceci peut être imposé en ajoutant les contraintes dures de type (12) et (13) pour chaque équipe, avec $J' = \{1, 2, \cdots, 10\}$ et $D = E = 4$;
- Chaque équipe doit jouer au moins trois fois en l'espace de quatre semaines (c'est-à-dire que les repos doivent être distants d'au moins quatre semaines). Il s'agit d'une contrainte dure de type (14) avec $F = 4$;
- Il faut éviter que deux équipes jouent l'une contre l'autre deux semaines de suite. Nous avons donc imposé une contrainte dure de type (15) avec $G = 3$ pour les paires (1,22), (2,23), (8,24), 12,25), (19,26), (20,27) et (21,28) de matchs ;
- Chaque équipe ne peut avoir qu'un maximum de deux matchs consécutifs à l'extérieur, ce qui est une contrainte dure de type (10) avec $A = 2$;
- Chaque équipe doit avoir au moins un match à domicile toutes les quatre semaines consécutives. Ceci peut être imposé on considérant les contraintes dures de type (12) avec $D = 1$ et $J' = \{j, j+1, j+2, j+3\}$, $j = 1, \cdots, 7$;
- La FQSE a imposé que l'équipe LEN joue à son domicile contre EDM ou BAP les semaines 7 et 8. Pour tenir compte de cette requête, nous avons ajouté une contrainte dure de type (16) avec $k = 6$ et $J_dk = \{7, 8\}$ et des contraintes dures de type (22) avec $j = 7, 8$ et $I' = \{17, 19, 26\}$ (c'est-à-dire l'ensemble des matchs que LEN joue contre EDM ou BAP) ;
- Lorsque deux équipes k_1 et k_2 s'affrontent deux fois, il faut imposer que l'un des matchs se joue au domicile de k_1 et l'autre au domicile de k_2. Ces contraintes sont dures et de type (8) et (9). Ainsi, par exemple,

les équipes VAN et FXG se rencontrent deux fois lors des matchs 1 et 22. Sans perte de généralité, nous pouvons fixer $x_1 = 1$ et $x_{22} = 0$. Nous avons fait de même avec les paires (2,23), (8,24), 12,25), (19,26), (20,27) et (21,28) de matchs ;
- L'équipe VAN ne peut pas jouer la première semaine, et il faut donc imposer une contrainte dure de type (20) avec $k = 1$ et $J_b(k) = \{1\}$;
- L'équipe BAP doit absolument jouer à domicile la première semaine, ce qui peut être imposé grâce à la contrainte dure de type (16) avec $k = 4$ et $J_d(k) = \{1\}$.
- Les paires (k, j) suivantes indiquent quand une équipe k ne peut pas jouer à son domicile la semaine j car son terrain n'est pas disponible : (VAN,1), (VAN,2), (VAN,5), (VAN,7), (VAN,9), (VAN,10), (FXG,5), (FXG,6), (FXG,9), (FXG,10), (VXM,9), (LEN,3), (LEN,5), (LEN,10), (MOM,1), (MOM,2), (MOM,4), (MOM,5). Nous avons donc ajouté cinq contraintes dures de type (17) : l'une avec $k = 1$ et $\hat{J}_d(k) = \{1, 2, 5, 7, 9, 10\}$, l'une avec $k = 2$ et $\hat{J}_d(k) = \{5, 6, 9, 10\}$, l'une avec $k = 3$ et $\hat{J}_d(k) = \{9\}$, l'une avec $k = 6$ et $\hat{J}_d(k) = \{3, 5, 10\}$, et finalement une dernière avec $k = 7$ et $\hat{J}_d(k) = \{1, 2, 4, 5\}$;
- Il est important d'essayer d'équilibrer les matchs à domicile et les matchs à l'extérieur, en chaque demi saison. Pour ce faire, nous avons ajouté une contrainte molle de type (12) et une molle de type (13) pour chaque équipe, avec $J' = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ et $D = E = 2$. Le poids de ces souhaits a été fixé à 75.

À nouveau, l'optimiseur de la librairie GLPK n'a mis qu'un peu plus d'une seconde pour déterminer une solution optimale de pénalité totale 150. Le calendrier optimal est reproduit ci-dessous :

Semaine 1 : LEN←FXG, BAP←VXM, EDM←MOM
Semaine 2 : FXG←VAN, VXM←EDM
Semaine 3 : VAN←LEN, FXG←BAP, MOM←VXM
Semaine 4 : VAN←BAP, EDM←FXG, LEN←MOM
Semaine 5 : VXM←VAN, BAP←MOM, EDM←LEN
Semaine 6 : VAN←FXG, VXM←LEN, BAP←EDM
Semaine 7 : MOM←VAN, FXG←VXM, LEN←BAP
Semaine 8 : VAN←VXM, FXG←MOM, LEN←EDM
Semaine 9 : EDM←VAN, BAP←FXG, MOM←LEN
Semaine 10 : VXM←BAP, MOM←EDM

Les contraintes violées sont les suivantes :
- l'équipe EDM joue 3 matchs (au lieu de 2) à domicile durant les 5 premières semaines, ce qui a provoqué une pénalité de 75 ;

– l'équipe MOM ne joue qu'un match (au lieu de 2) à domicile durant les 5 premières semaines, ce qui a provoqué une pénalité de 75 ; cette pénalité nétait pas évitable car MOM ne peut pas jouer sur son terrain les semaines 1,2,4 et 5.

5 Prise en compte des déplacements

La FQSE n'est pour l'instant pas intéressée à générer des calendriers qui minimisent la distance totale parcourue. Ceci est peut-être dû au fait que les équipes ne sont actuellement pas très éloignées les unes des autres. Il est possible que ces déplacements doivent être pris en compte dans le futur, dans quel cas on nous a demandé de ne pas véritablement minimiser les kilomètres parcourus, mais plutôt d'éviter de longs déplacements sur des courtes périodes. Plus précisément, pour chaque équipe k, on peut définir une partition de l'ensemble K des équipes en trois sous-ensembles qui indiquent la proximité par rapport à k :

– $N_0(k)$ comprend l'ensemble des équipes dont le domicile est situé tout près du domicile de k (on a toujours $k \in N_0(k)$),
– $N_1(k)$ comprend l'ensemble des équipes dont le domicile est un peu éloigné du domicile de k,
– $N_2(k)$ comprend l'ensemble des équipes dont le domicile est très éloigné du domicile de k.

Pour simplifier, on attribue une distance entière δ_r entre le domicile de k et celui de n'importe quelle équipe $k' \in N_r(k)$ $(r = 0, 1, 2)$. On suppose bien entendu $\delta_0 < \delta_1 < \delta_2$. La partition définie ci-dessus induit une matrice des distances symétrique puisqu'on suppose que la distance du domicile de l'équipe k au domicile de l'équipe k' est la même que la distance du domicile de l'équipe k' au domicile de l'équipe k.

Le modèle présenté à la Section 3 peut être étendu de la manière suivante pour éviter de longs déplacements sur de courtes périodes. Nous introduisons tout d'abord les nouvelles variables booléennes $\ell_{k,k',j}$ pour chaque $k, k' \in K$, et chaque $j \in J$:

$$\ell_{k,k',j} = \begin{cases} 1 & \text{si l'équipe } k \text{ joue au domicile de l'équipe } k' \text{ la semaine } j, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Aussi, pour tenir compte du retour à la maison à la fin du tournoi, si le dernier match était à l'extérieur, nous considérons la date $|J| + 1$ au calendrier et supposons que chaque équipe joue à son domicile à cette date. Ainsi, nous fixons $\ell_{k,k',|J|+1} = 1$ pour $k' = k$ et $\ell_{k,k',|J|+1} = 0$ pour $k' \neq k$.

Nous définissons finalement les variables entières D_{kj} pour chaque $k \in K$ et chaque $j \in J$ comme suit : $D_{kj} = \delta_r$ si l'équipe k se déplace du domicile d'une l'équipe k' la semaine j vers le domicile d'une équipe $k'' \in N_r(k')$ la semaine $j+1$.

Les variables qui viennent d'être ajoutées doivent être liées aux autres variables par des contraintes qui rendent certaines assignations impossibles. Ainsi, si l'équipe k joue à son domicile ou si elle ne joue pas la semaine j, cela signifie que l'équipe k est chez elle la semaine j, et donc $\ell_{k,k,j} = 1$. Cela se traduit par la contrainte suivante :

$$u_{kj} + w_{kj} - \ell_{k,k,j} \leq 0 \qquad \forall k \in K \quad \forall j \in J. \tag{27}$$

Soit $i = (k_1, k_2)$ un match qui se joue à la date j (c'est-à-dire tel que $y_{ij} = 1$). Si ce match a lieu au domicile de l'équipe k_2 alors $x_i = 0$ et $\ell_{k_1,k_2,j} = 1$; sinon, ce match i a lieu au domicile de k_1, et on a $x_i = 1$ et $\ell_{k_2,k_1,j} = 1$. Ces deux contraintes s'écrivent comme suit :

$$y_{ij} - x_i - \ell_{k_1,k_2,j} \leq 0 \qquad \forall i = (k_1, k_2) \in I \quad \forall j \in J, \tag{28}$$

$$y_{ij} + x_i - \ell_{k_2,k_1,j} \leq 1 \qquad \forall i = (k_1, k_2) \in I \quad \forall j \in J. \tag{29}$$

Chaque équipe k ne peut se trouver qu'à un seul endroit la semaine j, ce qui se traduit par la contrainte suivante :

$$\sum_{k' \in K} \ell_{k,k',j} = 1 \qquad \forall k \in K \quad \forall j \in J. \tag{30}$$

Supposons que l'équipe k joue au domicile de l'équipe k' la semaine j (i.e., $\ell_{k,k',j} = 1$). Si k joue au domicile d'une équipe de $N_r(k')$ la semaine $j+1$ (i.e., $\sum_{k'' \in N_r(k')} \ell_{k,k'',j+1} = 1$), alors k parcourt une distance δ_r de la semaine j à la semaine $j+1$, ce qui veut dire que D_{kj} doit être égal à δ_r). On peut donc écrire la contrainte suivante :

$$\delta_2 \ell_{k,k',j} + \sum_{r=0}^{2} \delta_r \sum_{k'' \in N_r(k')} \ell_{k,k'',j+1} - D_{kj} \leq \delta_2 \qquad \forall k, k' \in K \quad \forall j \in J. \tag{31}$$

Remarquons que si l'équipe k ne joue pas au domicile de k' la semaine j, on a $\ell_{k,k',j} = 0$ et $\sum_{r=0}^{2} \delta_r \sum_{k'' \in N_r(k')} \ell_{k,k'',j+1} \leq \delta_2$ puisque l'équipe k ne peut se trouver qu'à un seul endroit chaque semaine. La contrainte (31) n'impose donc rien quand à la valeur de D_{kj} dans ce cas.

Pour éviter qu'une équipe $k \in K$ ait de longs déplacements sur une courte période, on peut finalement s'y prendre comme suit. On peut par exemple choisir deux constantes $\alpha \geq 0$ et $\Delta > 0$ et imposer pour chaque date j que la distance totale parcourue par k entre les semaines j et $j+\alpha+1$ soit inférieure ou égale à Δ. Ceci se traduit par la contrainte suivante :

$$\sum_{j'=j}^{j+\alpha} D_{kj'} \leq \Delta \qquad \forall k \in K \quad \forall j = 1, .., |J| - \alpha. \tag{32}$$

6 Conclusion

Nous avons développé un modèle de programmation linéaire en nombres entiers pour la confection de calendriers de matchs pour le sport universitaire et collégial au Québec. Le modèle proposé permet de tenir compte de toutes les contraintes formulées par la FQSE. Nous avons validé le modèle grâce à deux applications réelles : la confection du calendrier de football universitaire 2009 et la confection du calendrier de football collégial ligue AAA pour l'année 2008. Nous avons facilement pu générer des calendriers optimaux qui ont donné pleine satisfaction aux responsables de cette confection d'horaires.

Nous avons également montré que notre modèle pourrait facilement être étendu pour permettre d'éviter que les équipes effectuent de longs déplacements sur de courtes périodes. Nous n'avons par contre pas pu valider cette extension car la FQSE n'est pour l'instant pas intéressée à tenir compte des déplacements dans la confection de ses calendriers sportifs.

Tel qu'indiqué à la fin de la Section 2, nous avons développé un outil d'optimisation répondant exactement aux besoins de la FQSE. Nous sommes cependant persuadés que le modèle mathématique proposé peut être utilisé par d'autres fédérations sportives dont les ligues ne comportent qu'un petit nombre d'équipes et qui doivent faire face à de nombreuses contraintes.

7 Remerciements

Cette recherche a été financée dans le cadre d'un projet liant les auteurs avec le Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (MELS) et l'organisme subventionnaire FQRNT/MITACS que nous tenons à remercier pour leur soutien.

Références

[1] Anagnostopoulos, A., Michel, L., Hentenryck, P. V. et Vergados, Y. (2006). A simulated annealing approach to the traveling tournament problem. *Journal of Scheduling*, vol. 9, pp. 177–193.

[2] Bar-Noy, A. et Moody, D. (2006). A tiling approach for fast implementation of the traveling tournament problem. *Proceedings of the 6th International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling - PATAT 2006*, pp. 351–358.

[3] Costa, D. (1995). An evolutionary tabu search algorithm and the NHL scheduling problem. *INFOR*, vol. 3, pp. 161–178.

[4] Crauwels, H. et Oudheusden, D. V. (2002). A generate-and-test heuristic inspired by ant colony optimization for the traveling tournament problem. *Proceedings of the 4th International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling - PATAT 2002*, pp. 314–315.

[5] de Werra, D. (1988). Some models of graphs for scheduling sports competitions. *Discrete Applied Mathematics*, vol. 21, pp. 47–65.

[6] Easton, K., Nemhauser, G. et Trick, M. (2001). The traveling tournament problem : description and benchmarks. *Principles and Practice of Constraint Programming - CP 2001*. Springer Berlin, pp. 580–584.

[7] Easton, K., Nemhauser, G. et Trick, M. (2003). Solving the traveling tournament problem : a combined integer programming and constraint programming approach. *Proceedings of the 4th International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling IV*, LNCS 2740, Springer Berlin, pp. 100–109.

[8] Ferland, J.A. et Fleurent, C. (1991). Computer aided scheduling for a sport league. *INFOR*, vol. 29, pp. 14–25.

[9] Gaspero, L. D. et Schaerf, A. (2007). A composite-neighborhood tabu search approach to the traveling tournament problem. *Journal of Heuristics*, vol. 13, pp. 189–207.

[10] GNU Linear Programming Kit.
http ://www.gnu.org/software/glpk/glpk.html.

[11] Henz, M. (1999). Constraint-based round robin tournament planning. *Proceedings of the International Conference on Logic Programming, Las Cruces, New Mexico*. MIT Press, pp. 545–557.

[12] James, C.B. et John, R.B. (1980). Reducing traveling costs and player fatigue in National Basketball Association. *The Institute of Management Science*, vol. 10, pp. 98–102.

[13] Lee, J. H., Lee, Y. H. et Lee, Y. H. (2006). Mathematical modeling and tabu search heuristic for the traveling tournament problem. *Computational Science and Its Applications - ICCSA 2006*. Springer Berlin, pp. 875–884.

[14] Lim, A., Rodrigues, B. et Zhang, X. (2006). A simulated annealing and hill-climbing algorithm for the traveling tournament problem. *European Journal of Operational Research*, vol. 174, pp. 1459–1478.

[15] Nemhauser, G.L. et Trick, M.A. (1998). Scheduling a major college basketball conference. *Operations Research*, vol. 46, pp. 1–8.

[16] Rasmussen, R. et Trick, M. (2007). A Benders approach for the constrained minimum break problem. *European Journal of Operational Research*, vol. 177, pp. 198–213.

[17] Ribeiro, C. C. et Urrutia, S. (2007). Heuristics for the mirrored traveling tournament problem. *European Journal of Operational Research*, vol. 179, pp. 775–787

[18] Russel, R.A. et Leung, J.M.Y. (1994). Devising a cost effective schedule for a baseball league. *Operations Research*, vol. 42, pp. 614–625.

[19] Ryckbosch, F., Berghe, G. V. et Kendall, G. (2008). A heuristic approach for the travelling tournament problem using optimal travelling salesman tours. *Proceedings of the 7th International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling - PATAT 2008*.

[20] Schreuder, J.A.M. (1992). Combinatorial aspects of construction of competition Dutch professional football leagues. *Discrete Applied Mathematics*, vol. 35, pp. 301–312.

[21] Trick, M. (2003). Integer and constraint programming approaches for round-robin tournament scheduling. *Proceedings of the 4th International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling IV*. LNCS 2740, Springer Berlin, pp. 63–77.

[22] Urrutia, S. et Ribeiro, C. C. (2006). Maximizing breaks and bounding solutions to the mirrored traveling tournament problem. *Discrete Applied Mathematics*, vol. 154, pp. 1932–1938.